
한의대편입 전문교육기관
동의M스쿨
since 2005
안병천의 테마 1
일반반 문제풀이
2026
전격입성

(p.29)

01. 표는 임의의 원자 A, B, C, D에 대한 자료이다.

원자	A	B	C	D
양성자 수	1	1	2	2
중성자 수	0	2	1	2
전자 수	1	1	2	2

이에 대한 해석으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. A와 B는 동위 원소이다.
ㄴ. B와 C는 질량수가 같다.
ㄷ. B와 D는 화학적 성질이 같다.
ㄹ. C와 D는 원자 번호가 같다.

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄷ
③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

[정답] ④

[정답 해설]

ㄱ. A와 B는 양성자 수가 동일하므로 동위 원소이다.

ㄴ. B와 C는 양성자 수+중성자 수가 동일하므로 질량수가 같다.

ㄹ. C와 D는 양성자 수가 동일하므로 원자 번호가 같다.

[오답 피하기]

ㄷ. B와 D는 양성자 수가 다르므로 다른 원소이고 화학적 성질이 다르다.

(p.29)

02. 표는 원자를 구성하는 입자의 성질을 나타낸 것이다.

구성 입자	상대적 질량	전하량(C)
전자	1	-1.6×10^{-19}
양성자	1837	$+1.6\times10^{-19}$
중성자	1839	0

질량수가 23이며, 핵전하량이 $+1.76\times10^{-18}$ C인 어떤 원자 X에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, X는 임의의 원소 기호이다.)

<보 기>

ㄱ. 중성자 수는 13개다.
ㄴ. 원자가 전자 수는 1개다.
ㄷ. 중성 원자의 전자 수는 13이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답] ②

[정답 해설]

ㄴ. 중성 원자의 전자는 11개다.

[오답 피하기]

ㄱ. 양성자가 11개이고, 질량수가 23이므로 중성자는 12개다.

ㄷ. 원자핵의 전하량이 양성자의 전하량의 $\dfrac{17.6\times10^{-18}}{1.6\times10^{-18}}=11$배이므로 양성자의 수는 11개다. 양성자가 11개이면 중성 원자의 전자도 11개이며, 11개의 전자는 바닥상태에서 K(2)L(8)M(1)으로 배치되므로 원자가 전자의 수는 1개다.

(p.31)

06. 다음 중 수소 원자의 전자 전이에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $n=3$에서 $n=2$로 전자가 전이할 때 자외선이 방출된다.

② $n=2$에서 $n=3$으로 전자가 전이할 때 가시광선의 빛이 방출된다.

③ 들뜬 상태에서 $n=1$로 전자가 전이할 때 적외선의 빛이 방출된다.

④ $n=\infty$에서 $n=1$로 전자가 전이할 때 가장 파장이 긴 빛이 방출된다.

⑤ 수소 원자(H)에서 전자를 떼어 내어 수소 이온(H^+)을 만들 때 필요한 에너지는 1312 kJ/mol 이다.

[정답] ⑤

[정답 해설]

⑤ 수소 원자(H)에서 전자를 떼어 내어 수소 이온(H^+)을 만들려고 할 때 필요한 에너지는 이온화 에너지에 해당하며, 그 값은 1312 kJ/mol이다.

[오답 피하기]

① 수소 원자에서 $n=3$에서 $n=2$로 전자가 전이할 때 가시광선이 방출된다.

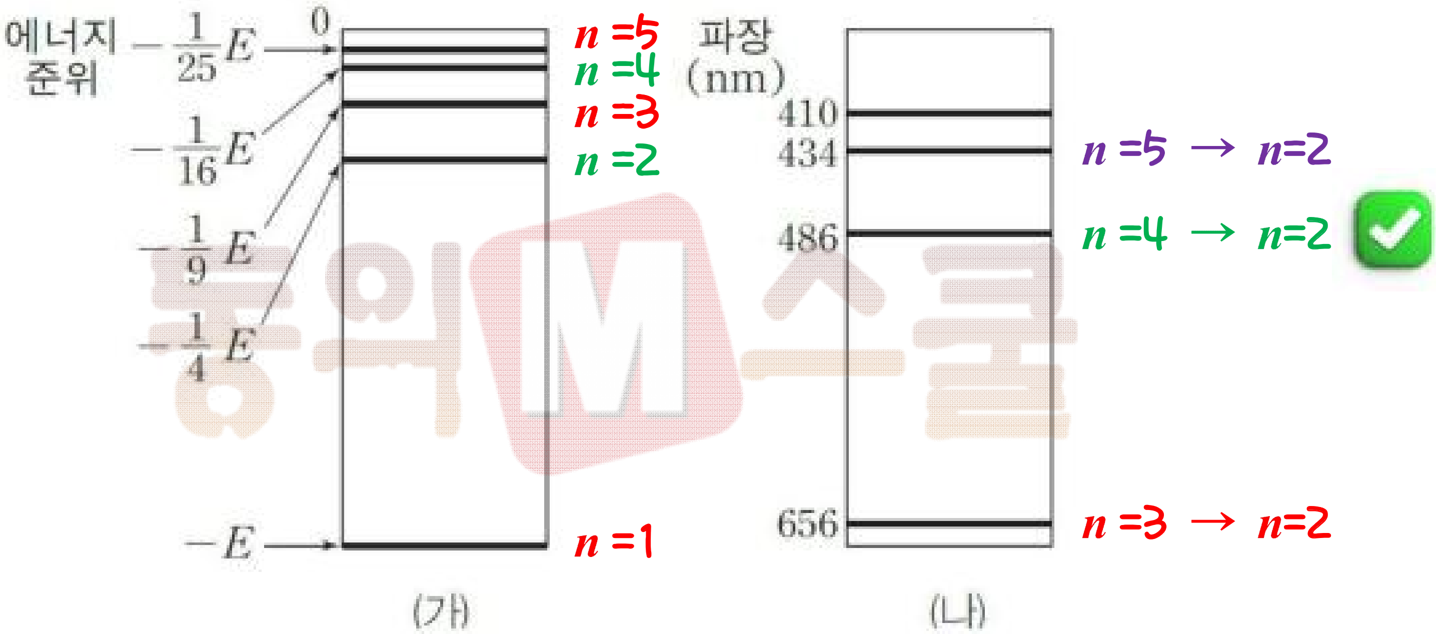
② 수소 원자에서 $n=2$에서 $n=3$으로 전자가 전이할 때에는 가시광선에 해당하는 에너지를 흡수한다.

③ 들뜬 상태에서 $n=1$인 상태로 전자가 전이할 때에는 자외선의 빛이 방출된다.

④ $n=\infty$ 에서 $n=1$로 전자가 전이할 때 가장 짧은 파장의 빛이 방출된다.

07. 그림 (가)는 보어의 수소 원자 모형에서 에너지 준위를, (나)는 수소 방전관에서 얻은 가시광선 영역의 선스펙트럼을 도식적으로 나타낸 것이다.

(p.32)



486 nm선에 해당하는 에너지 값을 구하면, (단, $E = 1312$ kJ/mol이다.)

① $\frac{5}{36}E$　② $\frac{4}{25}E$　③ $\frac{3}{16}E$

④ $\frac{3}{4}E$　⑤ $\frac{8}{9}E$

[정답] ③

[정답 해설]

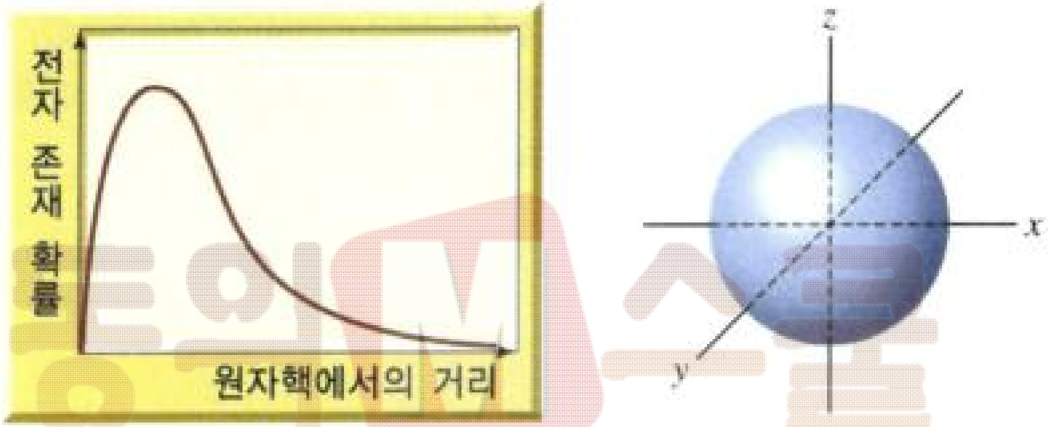
가시광선 영역의 선스펙트럼은 $n=3$ 이상의 전자껍질에서 $n=2$ 전자껍질로 전이될 경우 나타난다. 방출되는 빛의 에너지는 파장에 반비례하므로 486 nm의 선은 가시광선 영역에서 2번째로 낮은 에너지를 방출하는 선스펙트럼이다. 따라서 $n=4$에서 $n=2$로 전이될 때 방출할 때의 에너지이다.

$$\Delta E = h\frac{c}{\lambda} = E_{\text{높은 준위}} - E_{\text{낮은 준위}} = E_4 - E_2 = -\frac{1}{16}E - \left(-\frac{1}{4}E\right) = \frac{3}{16}E$$

08. 다음 그림은 3차원 공간에서 $1s$ 오비탈에서 전자가 발견될 확률과 경계면 그림이다.

<예전 편입 문제 유형>

(p.32)



다음 중 위 그림에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 핵에서 전자가 발견될 확률이 높다.

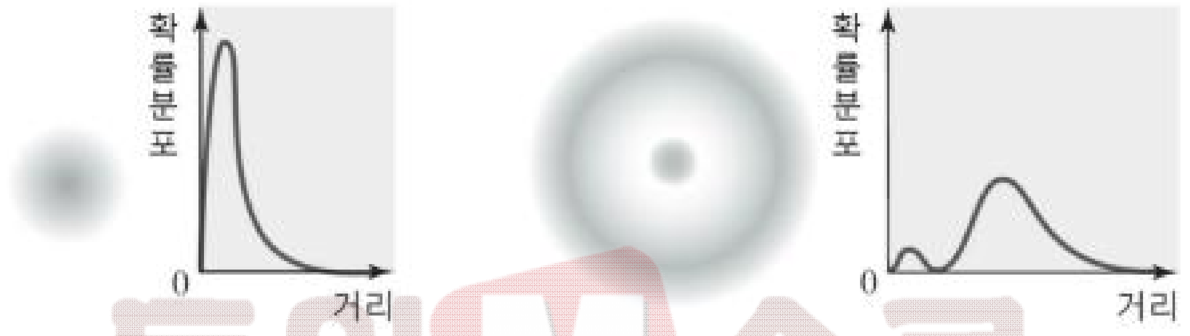
② s 오비탈은 구형이므로 방향성이 없다.

③ 전자는 경계면 밖에서 발견되지 않는다.

④ 전자가 발견될 수 있는 최대 거리가 원자 반지름이다.

⑤ 핵으로부터의 거리가 멀수록 전자가 발견될 확률이 높다.

13. 그림은 수소 원자의 $1s$, $2s$ 오비탈의 모습과 각 오비탈에서 전자가 발견될 확률 분포 **(p.35)** 를 핵으로부터의 거리에 따라 나타낸 것이다. **<현재 편입 문제 유형>**



1s 2s

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $1s$ 오비탈보다 $2s$ 오비탈이 수용 가능한 전자의 수가 많다.

ㄴ. $1s$ 오비탈에서는 핵으로부터의 거리에 따라 전자가 발견될 확률 분포가 연속적이다.

ㄷ. $2s$ 오비탈에서는 핵으로부터의 어떤 거리에서 전자가 발견될 확률 분포가 0인 지점이 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

(1) 확률 함수, 확률 분포함수, 최대 확률 (분포) 반지름, 평균 반지름

① 확률 함수

a. $\Psi_{n,l,m_l}(r,\theta,\phi) = R_{n,l}(r) \times Y_{l,m_l}(\theta,\phi)$

b. $$\underbrace{\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \Psi^*\Psi \, d\tau}_{\text{수소꼴 원자의 확률 함수}} = \underbrace{\int_0^{\infty} R_{n,l}^2(r)\, r^2 dr}_{\text{거리 의존 함수 확률 함수}} \times \underbrace{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} |Y_{l,m_l}(\theta,\phi)|^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi}_{\text{각도 의존 함수 확률 함수}}$$

$$d\tau \rightarrow r^2 dr \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

② 확률 분포 함수 (P(r))

a. 정의 : dr 구껍질에서의 확률 밀도 함수

b. S 궤도함수

ㄱ dV = 구각 부피 (부피요소를 각도(θ, ϕ)에 대해서 전 공간적으로 적분한 결과)

$$= 4\pi r^2 \cdot dr$$

ㄴ 확인

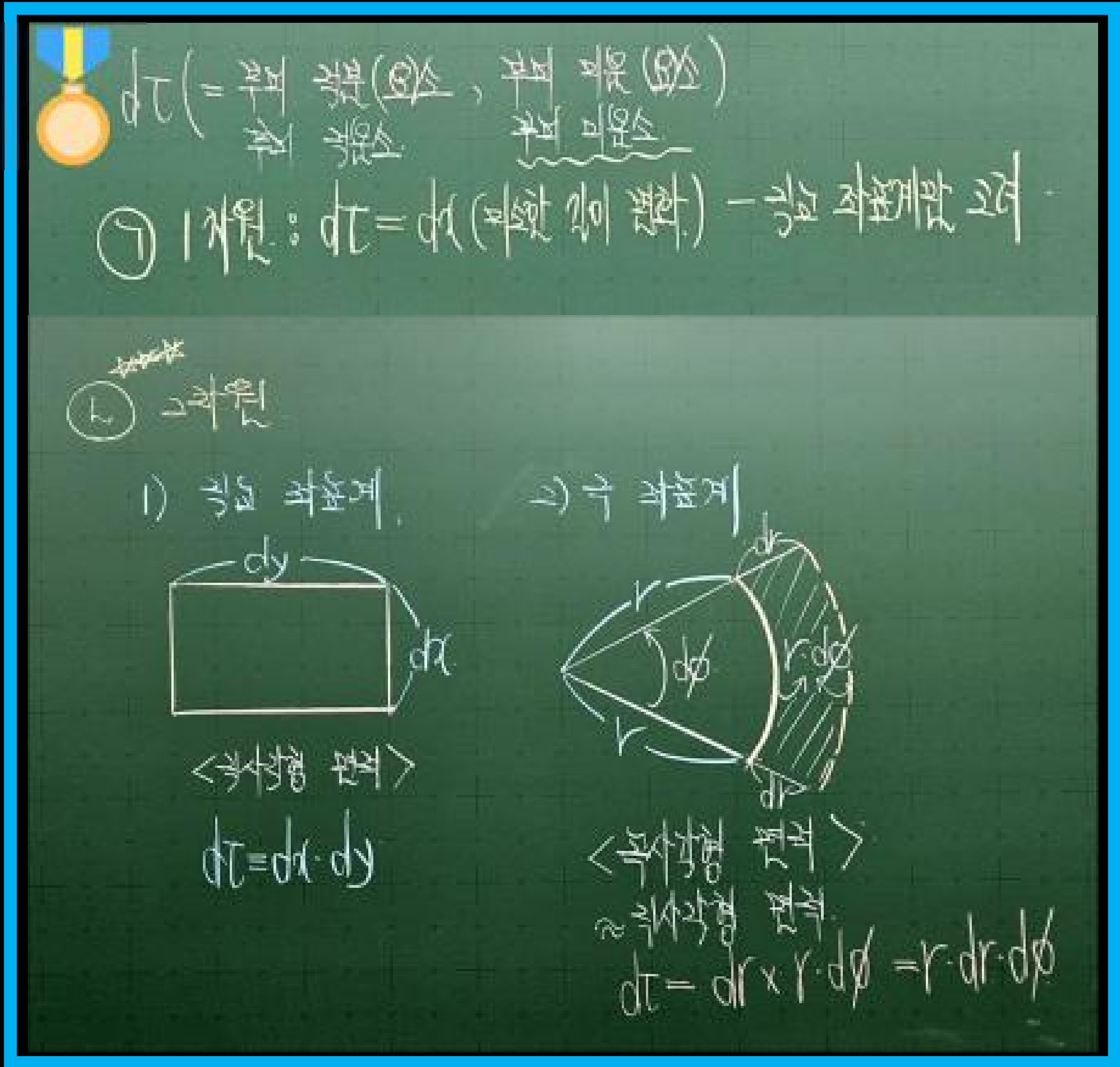
$$dV = 4\pi r^2 \cdot dr$$

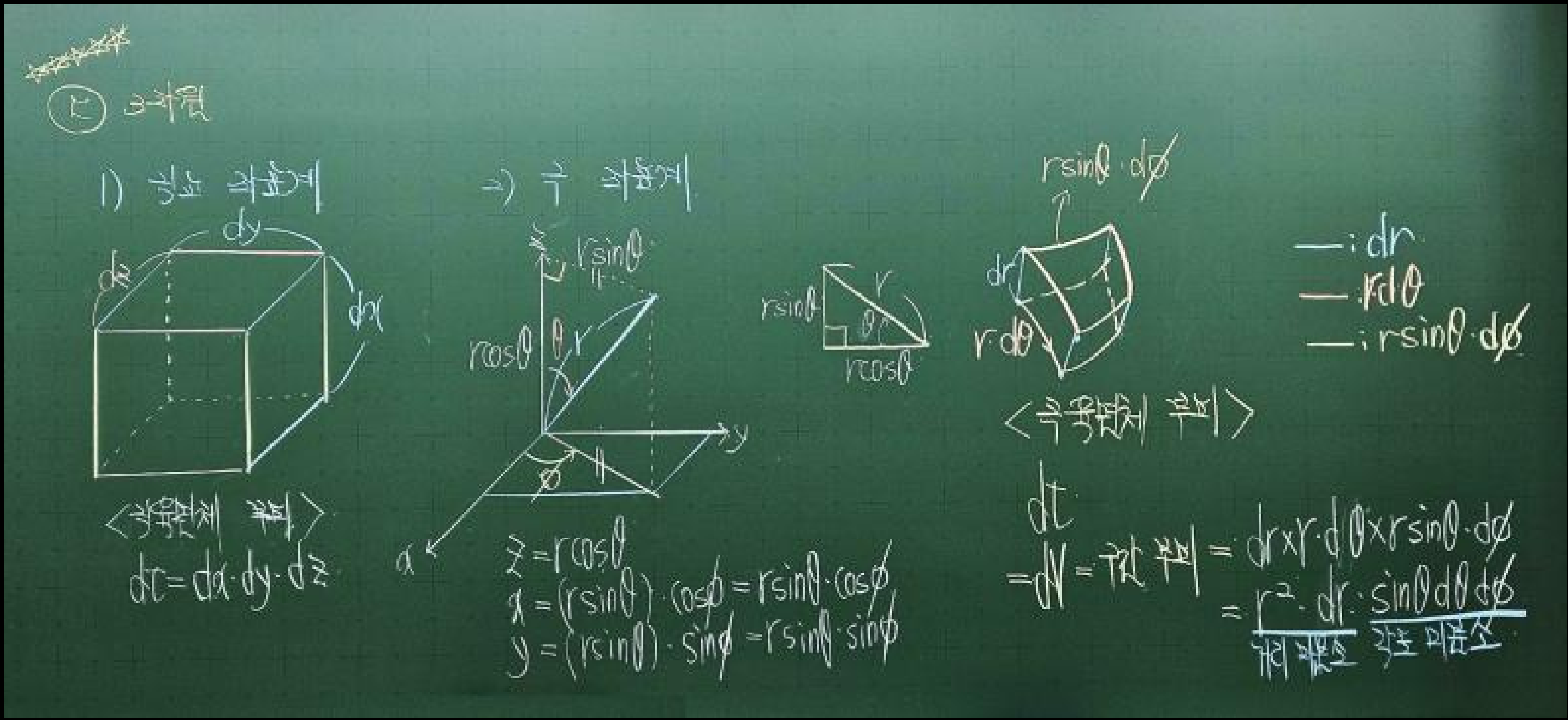
$$= \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} d\tau = r^2 dr \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$= r^2 \cdot dr \underbrace{\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta}_{2} \times \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi}_{2\pi}$$

$$2 \times 2\pi = 4\pi$$

$$= 4\pi r^2 \cdot dr$$


dτ (= 부피 적분요소, 부피 미분요소)
부피 적분소 부피 미분소
ㄱ) 1차원 : dτ = dx (미소한 길이 변화) - 직교 좌표계만 고려
ㄴ) 2차원
1) 직교 좌표계
2) 극 좌표계
dy
dx
<직사각형 면적>
dτ = dx · dy
r
dϕ
r·dϕ
dr
≈직사각형 면적
dτ = dr × r·dϕ = r·dr·dϕ



ㄷ 3차원
1) 직교 좌표계
2) 구 좌표계
dx
dy
dz
<직육면체 부피>
dτ = dx·dy·dz
r sinθ
r cosθ
r
θ
φ
x
y
z
z = r cosθ
x = (r sinθ)·cosφ = r sinθ·cosφ
y = (r sinθ)·sinφ = r sinθ·sinφ
r sinθ·dφ
dr
r·dθ
—; dr
—; rdθ
—; r sinθ·dφ
dτ
= dV
= dr×r·dθ×r sinθ·dφ
= r²·dr·sinθ dθ dφ
거리 미분소
각도 미분소

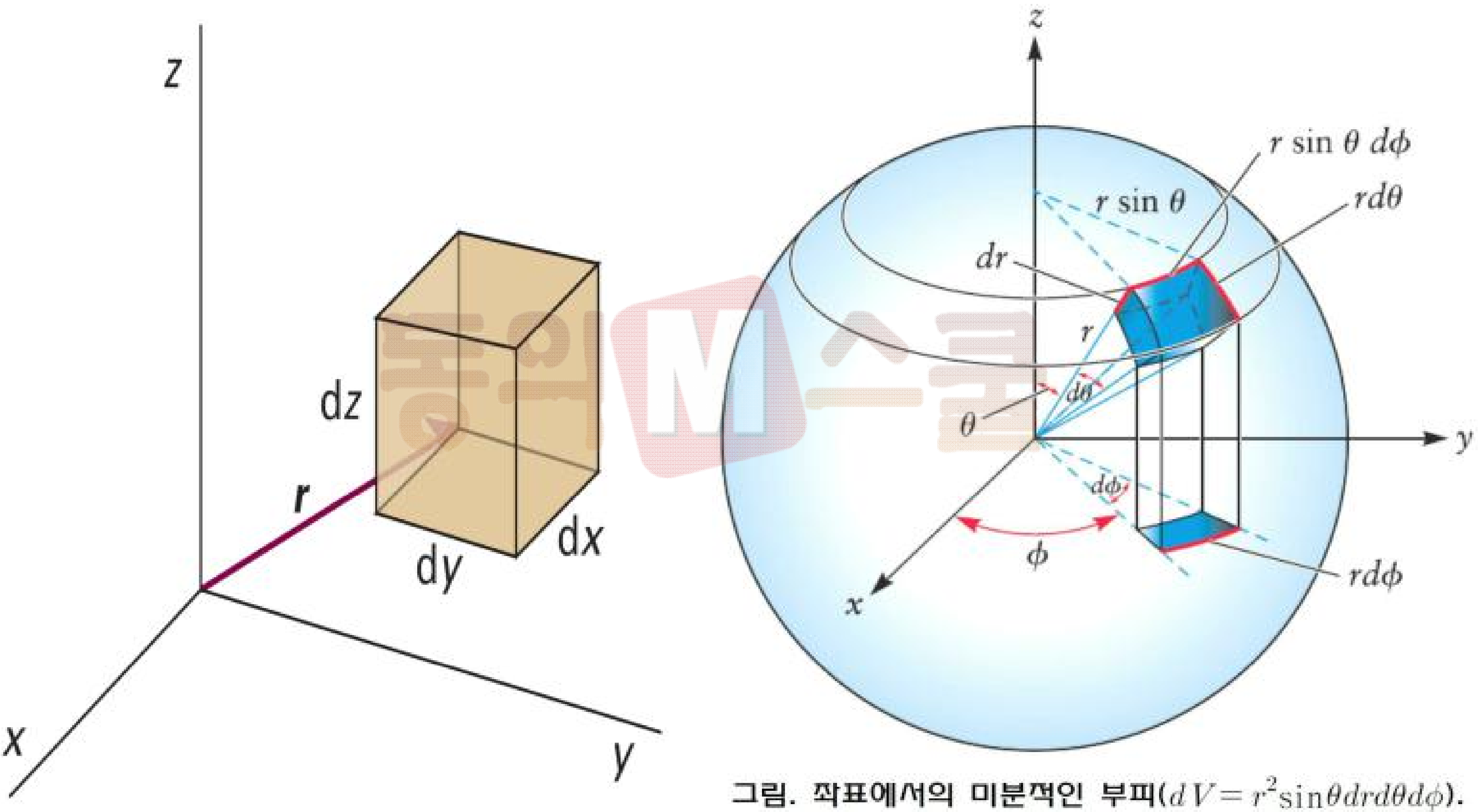
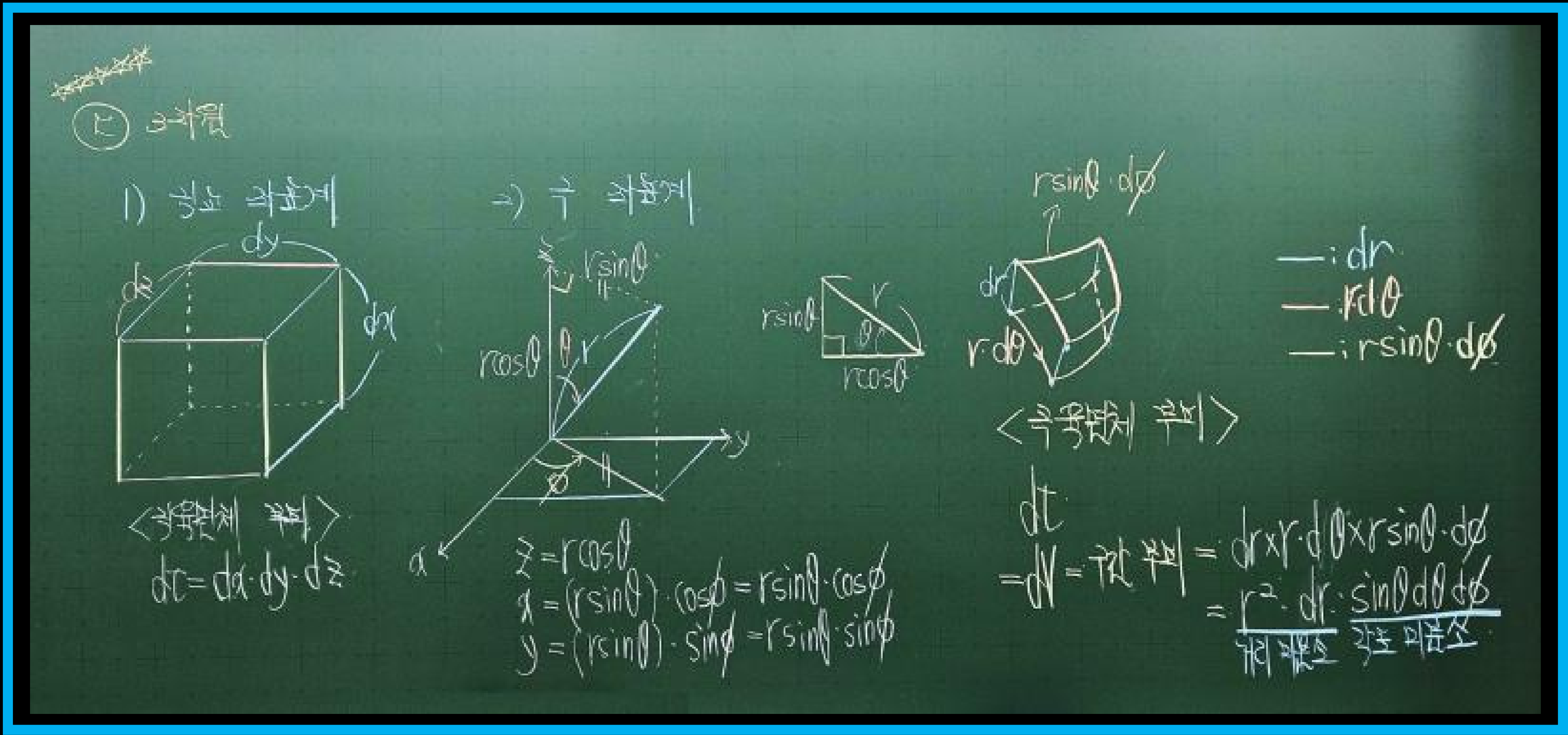


그림. 좌표에서의 미분적인 부피($dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$).


ㄷ 3차원
1) 직교 좌표계
dy
dz
dx
<직육면체 부피>
dv=dx·dy·dz
2) 구 좌표계
z
rsinθ
rcosθ
θ
r
φ
y
x
z=rcosθ
x=(rsinθ)·cosφ=rsinθ·cosφ
y=(rsinθ)·sinφ=rsinθ·sinφ
rsinθ
r
θ
rcosθ
rsinθ·dφ
dr
r·dθ
<곡육면체 부피>
—: dr
—: rdθ
—: rsinθ·dφ
dv
=dV = 구간 부피 = dr×r·dθ×rsinθ·dφ
= r²·dr·sinθdθdφ
거리 미분소
각도 미분소

㉢ 구각 부피 확률.

$$= |\Psi|^2 \times dV$$

$$= \boxed{|\Psi|^2 \times 4\pi r^2} \times dr$$

$\equiv P(r)$

확률 분포 함수 ← r에 관한 확률(밀도) 분포 함수

C. 각도의 파동함수

㉠ $\Psi = R \times Y$

㉡ $$dV = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} |Y_{l,m_l}|^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi \; r^2 \cdot dr$$

$$= r^2 \cdot dr \underbrace{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} |Y_{l,m_l}|^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi}_{=1}$$

$$= r^2 \cdot dr$$

(1) 확률 함수, 확률 분포함수, 최대 확률 (분포) 반지름, 평균 반지름

d. 확률 분포 함수($P(r)$)의 표현

㉠ Ψ $(= R \times Y)$로만 제시

1) $l = 0$: $P(r) = 4\pi r^2 |\Psi|^2 = 4\pi r^2 |R \cdot Y|^2 = 4\pi r^2 R^2(r) |Y|^2$

2) $l \neq 0$: $P(r) = r^2 R^2(r)$

$\frac{1}{4\pi}$

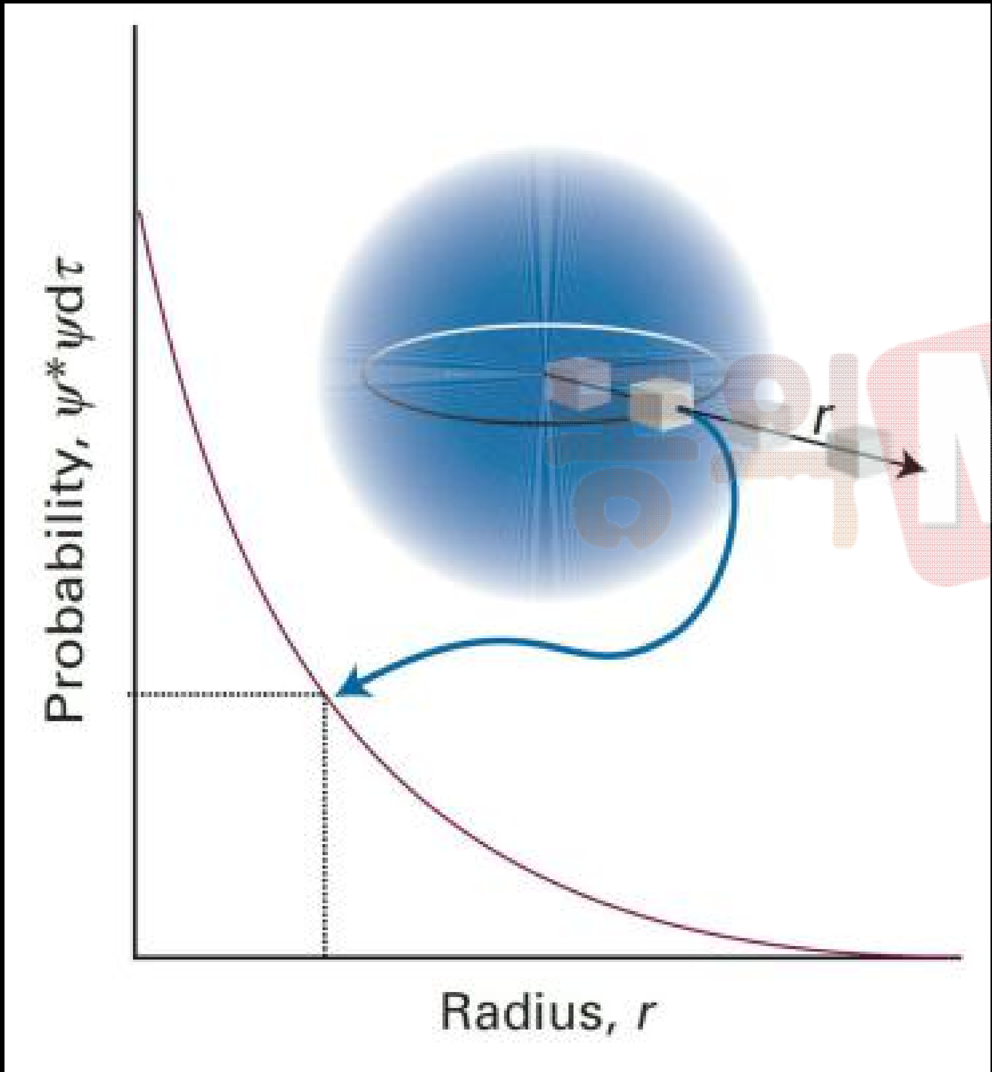
S 궤도함수

$= r^2 \cdot R^2(r) \cdot (4\pi |Y|^2)$

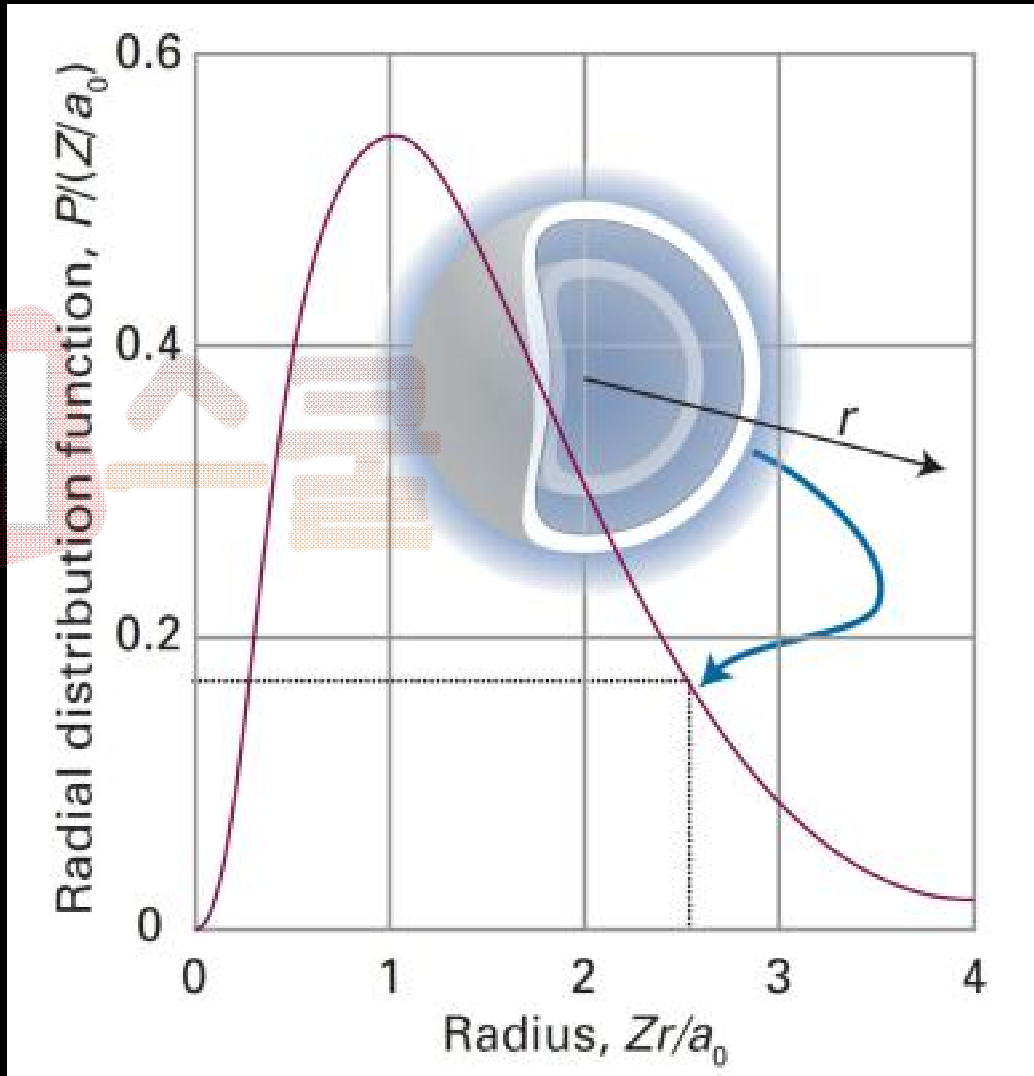
㉡ 거리 의존 함수만 주어진 경우

$P(r) = r^2 \times R^2(r)$

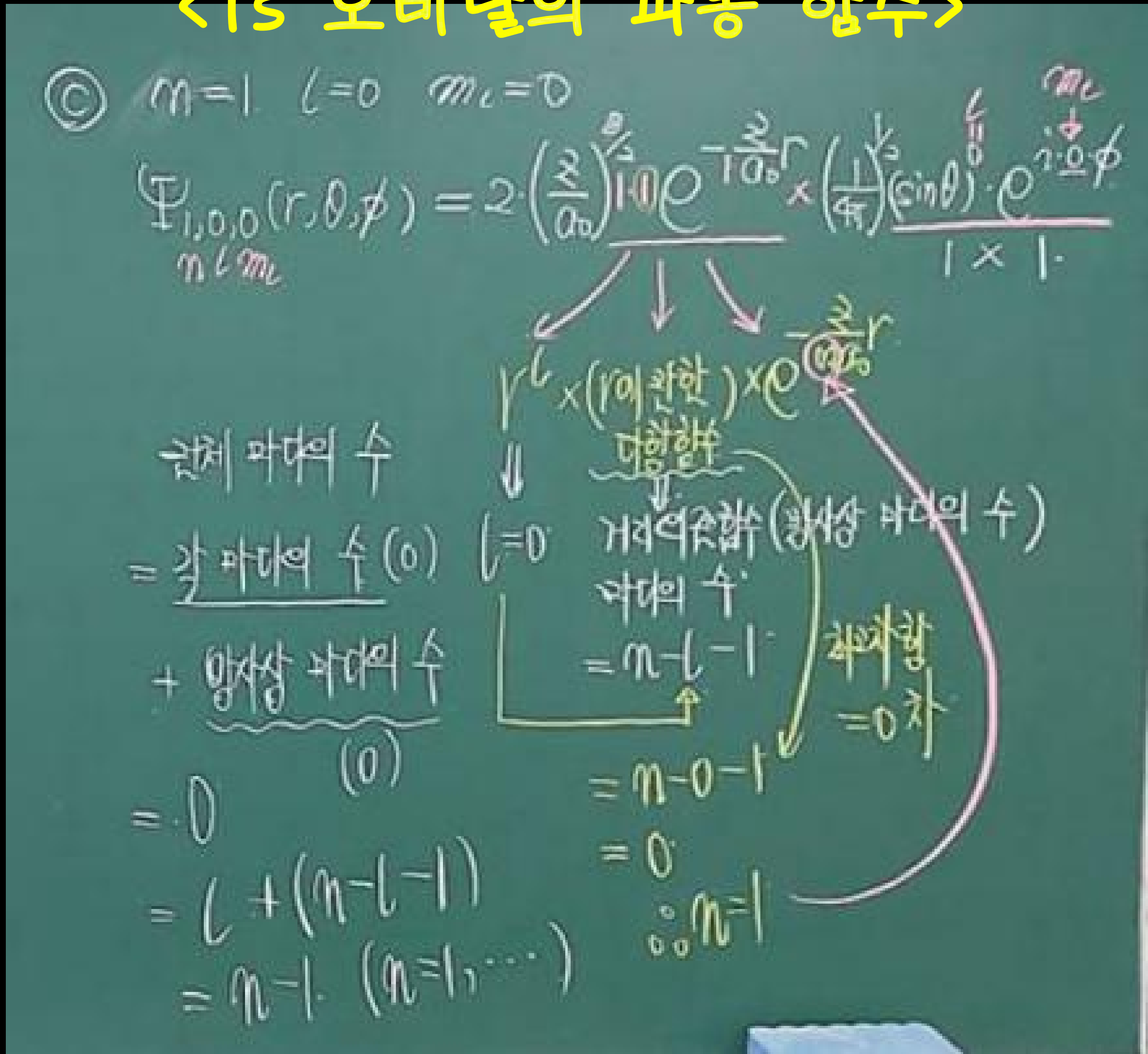
<1s 오비탈의 확률 함수>



<1s 오비탈의 확률 분포 함수(P(r))>

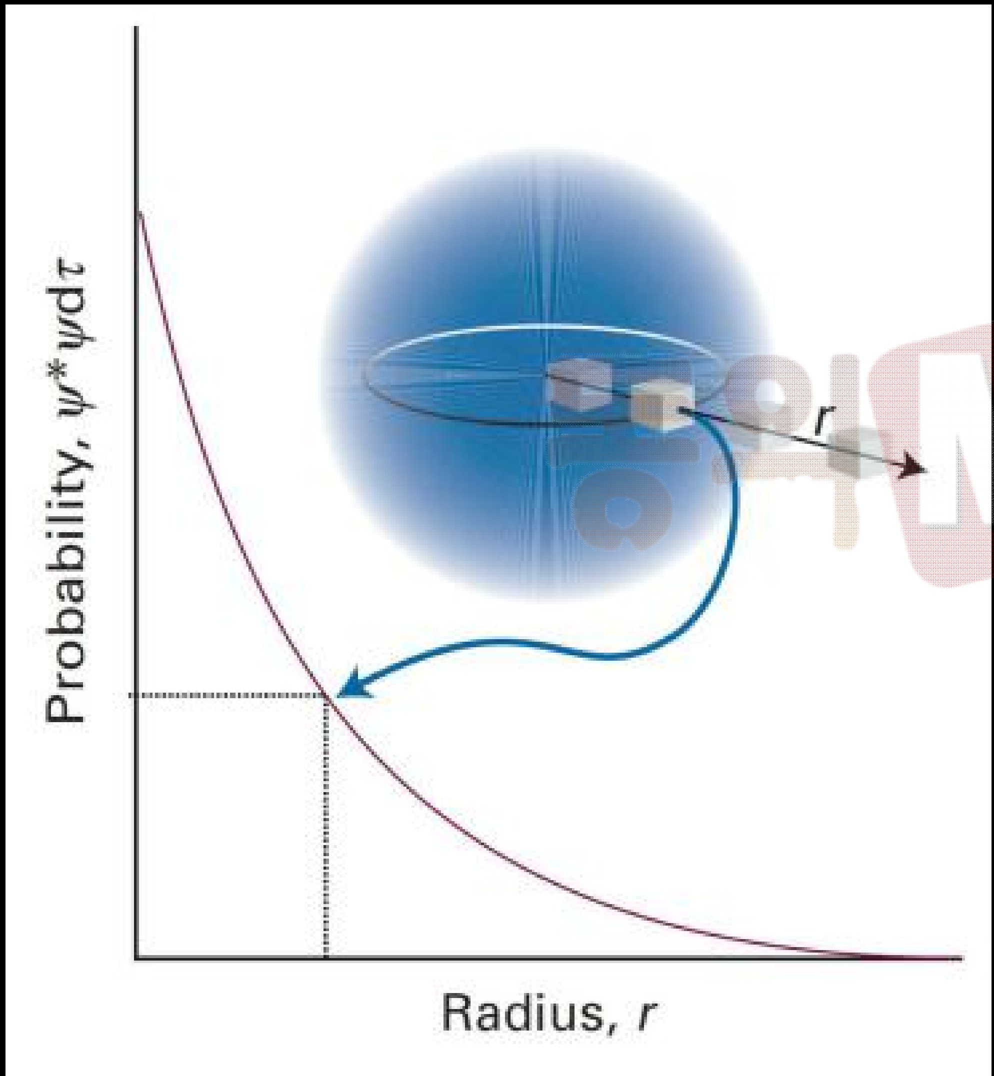


<1s 오비탈의 파동 함수>

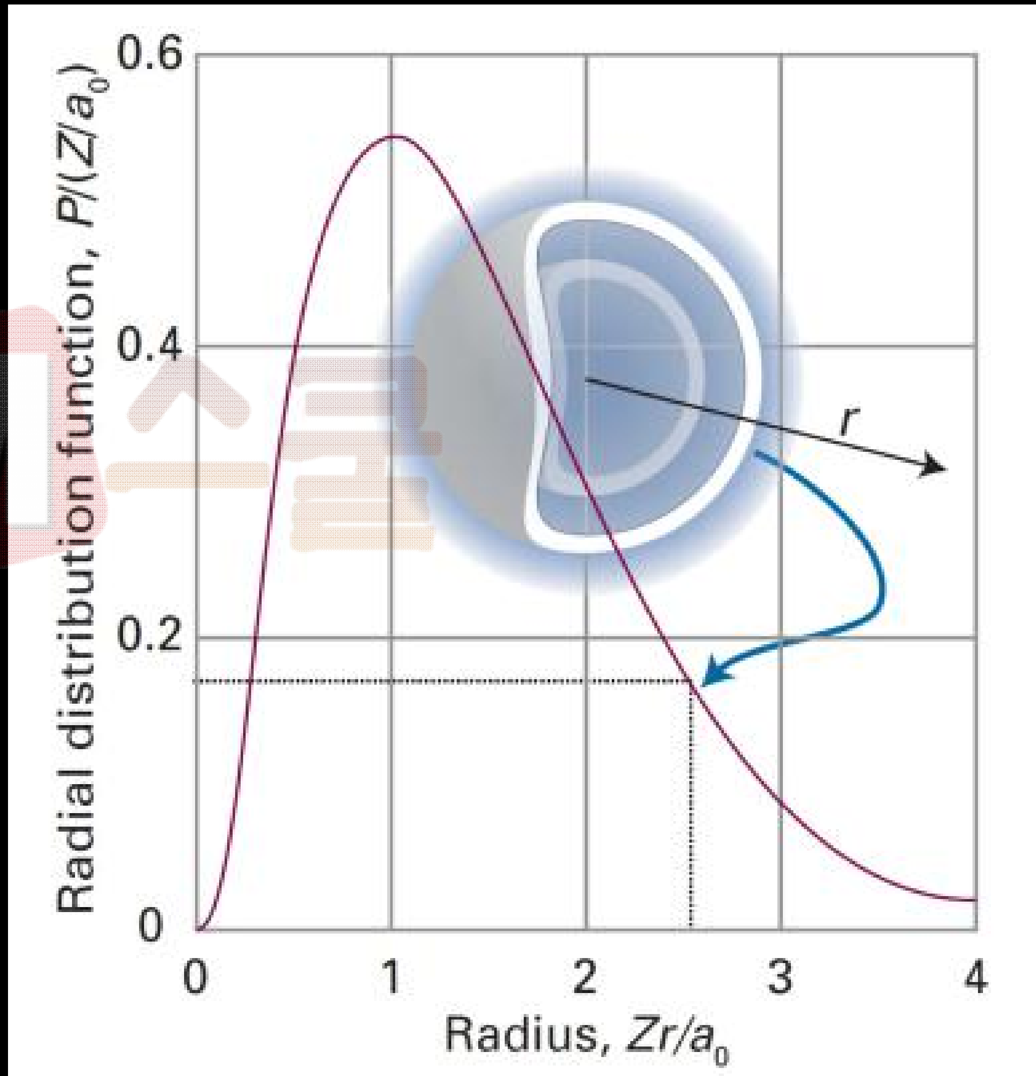


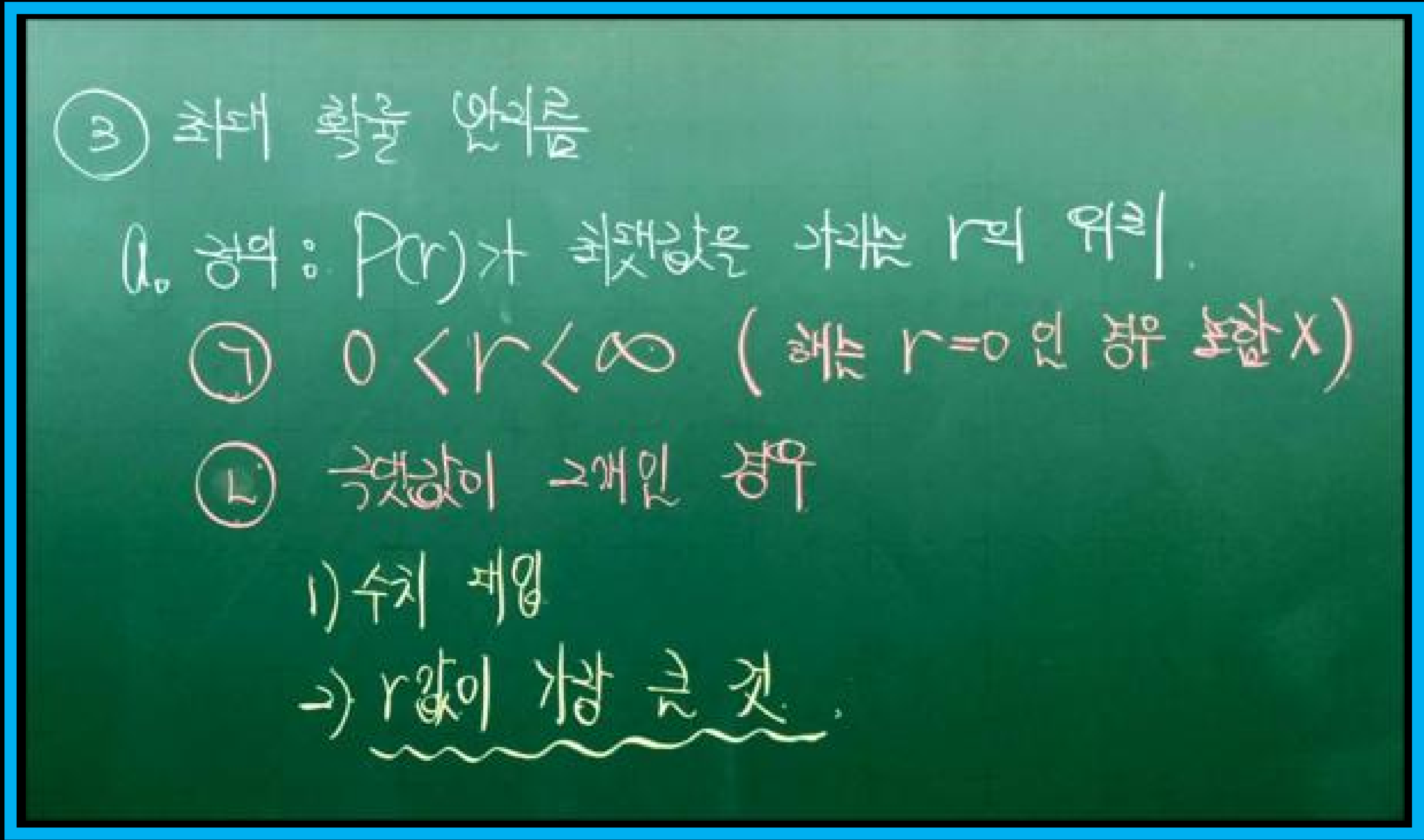
ⓒ n=1 l=0 m_l=0
Ψ1,0,0(r,θ,φ) = 2·(Z/a0)^3/2 · 1 · e^-Z/(1·a0) r × (1/4π)^1/2 (sinθ)^0 · e^i·0·φ / 1×1
n l m_l
r^l × (r에 관한 다항함수) × e^-Z/(na0) r
전체 마디의 수
= 각 마디의 수 (0)
+ 방사상 마디의 수 (0)
= 0
= l + (n-l-1)
= n-1 (n=1,…)
l=0
거리의존함수 (방사상 마디의 수)
마디의 수
= n-l-1
= n-0-1
= 0
∴ n=1
다항함수 =0차

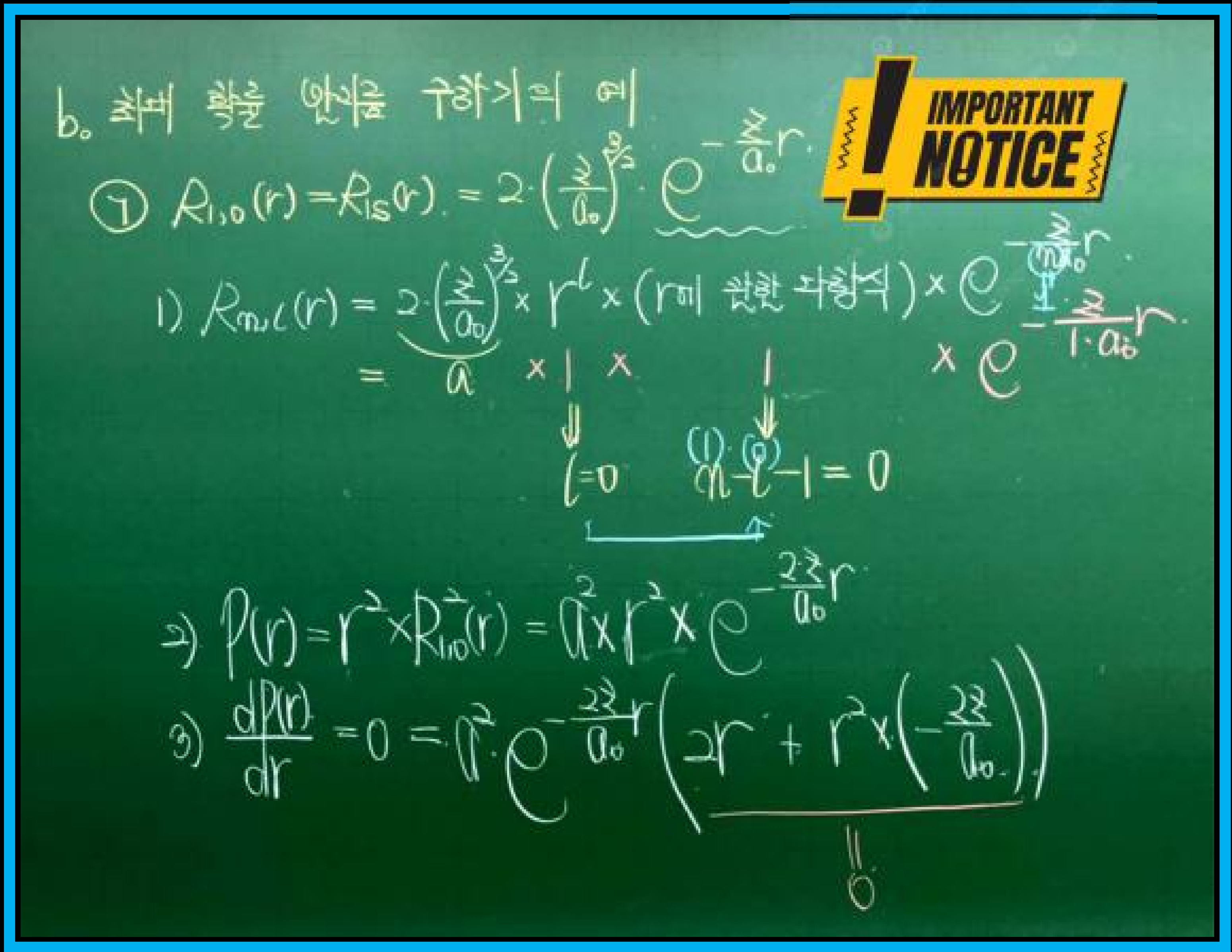
<1s 오비탈의 확률 함수>



<1s 오비탈의 확률 분포 함수(P(r))>




③ 최대 확률 반지름
a. 정의 : P(r)가 최댓값을 가지는 r의 위치
ㄱ 0 < r < ∞ (해는 r=0인 경우 포함 X)
ㄴ 극댓값이 2개인 경우
1) 수치 대입
2) r값이 가장 큰 것



6. 최대 확률 반지름 구하기의 예
㉠ $R_{1,0}(r) = R_{1s}(r) = 2\cdot\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\cdot e^{-\frac{Z}{a_0}r}$
1) $R_{n,l}(r) = 2\cdot\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \times r^{l} \times$ (r에 관한 다항식) $\times e^{-\frac{Z}{n a_0}r}$
$= a \times 1 \times 1 \times e^{-\frac{Z}{1\cdot a_0}r}$
$l=0$ (1) n - (2) $l - 1 = 0$
2) $P(r) = r^2 \times R_{1,0}^2(r) = a^2 \times r^2 \times e^{-\frac{2Z}{a_0}r}$
3) $\frac{dP(r)}{dr} = 0 = a^2\cdot e^{-\frac{2Z}{a_0}r}\left(2r + r^2 \times \left(-\frac{2Z}{a_0}\right)\right)$
= 0
IMPORTANT NOTICE

$$0 = a^2 \cdot e^{-\frac{2Z}{a_0}r} \cdot 2r\left(\underbrace{1-\frac{Z}{a_0}r}_{=0}\right)$$

$\rightarrow r = \frac{a_0}{Z}$ 「수소꼴 원자의 바닥 상태에 대한 최대 확률 반지름」

② $R_{2,1}(r) = R_{2p}(r) = \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{6}}\left(\frac{Z^5}{a_0^5}\right)^{1/2}}_{b} \times r^{1} \times 1 \times e^{-\frac{Z}{2a_0}r}$ 「미기출」

1) $R_{n,l}(r)$: $n = 2$, $l = 1$

2) $P(r) = r^2 \times b^2 \times r^2 \times e^{-\frac{Z}{a_0}r}$

3) $\frac{dP(r)}{dr} = 0 = b^2 \times e^{-\frac{Z}{a_0}r}\left\{4r^3 - \frac{Z}{a_0}\times r^4\right\}$

$= b^2 \times e^{-\frac{Z}{a_0}r} \times r^3\left\{4 - \frac{Z}{a_0}r\right\}$

$\rightarrow r = \frac{4a_0}{Z}$

확률 분포 함수($P(r)$)

❶ s 오비탈(구대칭)일 경우 : $P(r) = 4\pi r^2 |\Psi|^2$

❷ 나머지 오비탈일 경우 : $P(r) = r^2 R(r)^2$

$$P(r)dr = r^2 R(r)^2 dr \left(\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} |Y_{l,m_l}|^2 \sin\theta d\theta d\phi = 1 \right) = r^2 R(r)^2 dr$$

증명

$$R_{1s}(r) = 2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Zr}{a_0}}$$

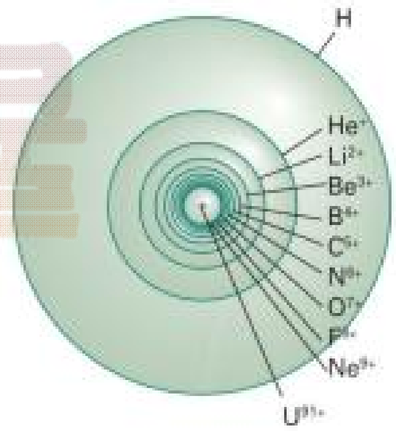
따라서 방사형 분포 함수는 다음과 같다.

$$P(r) = r^2 R(r)^2 = \frac{4Z^3}{a_0^3} r^2 e^{-2Zr/a_0}$$

위 식을 $\frac{dP}{dr} = 0$을 풀면 수소꼴 $1s$ 궤도함수의

방사형 분포 함수가 극대값을 나타내는 반지름을 구할 수 있다.

$$\frac{dP}{dr} = \frac{4Z^3}{a_0^3}\left(2r - \frac{2Zr^2}{a_0}\right) e^{-2Zr/a_0} = \frac{4Z^3}{a_0^3} 2r \left(1 - \frac{Zr}{a_0}\right) e^{-2Zr/a_0} = 0$$



따라서 극대값을 나타내는 반지름 r은 다음과 같다.

$$1-\frac{Zr}{a_0}=0 \Rightarrow r=\frac{a_0}{Z}$$

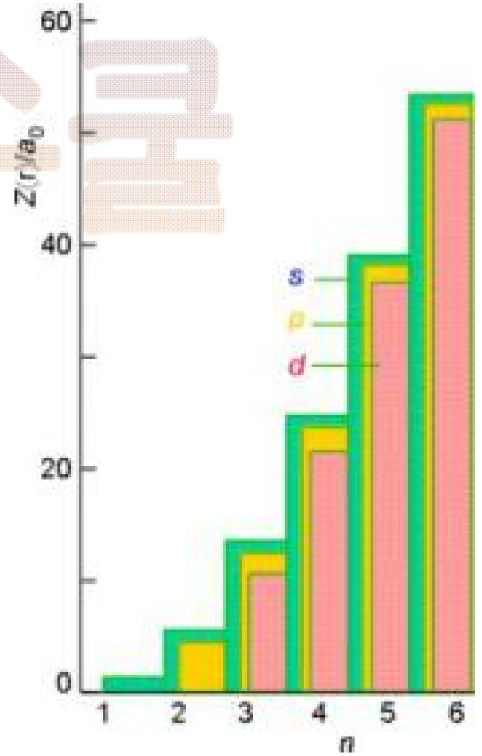
여기서, $r=0$인 경우는

$$P(r)=r^2R(r)^2=\frac{4Z^3}{a_0^3}r(=0)^2e^{-2Zr(=0)/a_0}=\frac{4Z^3}{a_0^3}r(=0)^2=0$$이다.

따라서 여기서 해가 될 수 없다.

양자수가 l과 n인 궤도함수의 평균 반지름

$$r_{n,l}=n^2\left\{1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{l(l+1)}{n^2}\right)\right\}\frac{a_0}{Z}$$



④ 평균 반지름 $\left\{ \langle r \rangle_{n,l} = n^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{l(l+1)}{n^2}\right) \right\} \frac{a_0}{Z} \right\}$

a. $\langle r \rangle = \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Psi^* \underset{r}{\hat{r}} \Psi \underset{r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi}{d\tau}$ ← $\Psi (= R \times Y)$ 제시

b. $\langle r \rangle = \int_0^\infty \underbrace{r\, r^2}_{r^3} \cdot R^2(r)\, dr \underbrace{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |Y|^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi}_{1}$ ← $\Psi = R \times Y$ 변수 분리된 경우로 문제 제시

$= \int_0^\infty r^3 \cdot R^2(r)\, dr$

$R_{1,0}(r) = 2 \cdot \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{Z}{a_0} r}$

c. $\langle r \rangle_{1,0} = \langle r \rangle_{1s} = 1^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{0 \cdot 1}{1^2}\right) \right\} \cdot \frac{a_0}{Z} = \frac{3}{2} \frac{a_0}{Z}$

$= \int_0^\infty r^3 \cdot R_{1,0}^2(r)\, dr = 4 \cdot \frac{Z^3}{a_0^3} \int_0^\infty r^3 \times e^{-\frac{2Z}{a_0} r}\, dr = 4 \times \frac{Z^3}{a_0^3} \times \frac{3!}{\left(\frac{2Z}{a_0}\right)^4} = \frac{\cancel{2 \times 2} \times 3 \times \cancel{2} \cdot a_0}{\cancel{2 \times 2 \times 2} \times 2 \cdot Z} = \frac{3}{2} \frac{a_0}{Z}$

$$a_0 \quad \Psi_{1,0,0}(r,\theta,\phi) = \left(\frac{Z^3}{\pi a_0^3}\right)^{1/2} \cdot \underbrace{e^{-\frac{Z}{a_0}r}}$$

$$2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \times \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{1/2}$$

$$\langle r \rangle = \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Psi^* \cdot r \cdot \Psi \cdot \underbrace{d\tau}_{r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi}$$

$$= \frac{Z^3}{\pi \cdot a_0^3} \underbrace{\int_0^\infty r^3 \times e^{-\frac{2Z}{a_0}r} dr}_{\frac{3!}{\left(\frac{2Z}{a_0}\right)^4}} \underbrace{\int_0^\pi \sin\theta d\theta}_{2} \times \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi}_{2\pi} = 4\pi$$

$$= \frac{Z^3 \times 3 \times \cancel{2} \times a_0^4 \times \cancel{4\pi}}{\cancel{\pi} \cdot a_0^3 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times Z^4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{a_0}{Z}$$

e.g. $\langle r\rangle_{2,0} = \langle r\rangle_{2s} = 2^2\left\{1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{0\cdot 1}{2^2}\right)\right\}\frac{a_0}{Z}$

$$= 4\times\frac{3}{2}\times\frac{a_0}{Z} = \frac{6a_0}{Z} \quad \text{vs.} \quad \langle r\rangle_{2,1} = \langle r\rangle_{2p} = \frac{5a_0}{Z}$$

$$\underbrace{\langle r\rangle_{2,0}}_{ㄹ} = \int_0^\infty r^3 \times R_{2,0}^2(r)\,dr$$

$$= \int_0^\infty r^3 \times \left\{\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\left(2-\frac{Z}{a_0}r\right) e^{-\frac{Z}{2a_0}r}\right\}^2 dr$$

$$= \frac{1}{8}\times\frac{Z^3}{a_0^3}\left\{\int_0^\infty r^3\left(4-\frac{4Z}{a_0}r+\frac{Z^2}{a_0^2}r^2\right)e^{-\frac{Z}{a_0}r}\,dr\right\}$$

$$= \frac{1}{8}\times\frac{Z^3}{a_0^3}\left\{\underbrace{4\int_0^\infty r^3 e^{-\frac{Z}{a_0}r}dr}_{ㄱ} - \frac{2Z}{a_0}\underbrace{\int_0^\infty r^4 e^{-\frac{Z}{a_0}r}dr}_{ㄴ} + \frac{Z^2}{a_0^2}\underbrace{\int_0^\infty r^5 e^{-\frac{Z}{a_0}r}dr}_{ㄷ}\right\}$$

ㄱ $\displaystyle\int_0^\infty r^3 \cdot e^{-\frac{Z}{a_0}r}\,dr = \frac{3!}{\left(\frac{Z}{a_0}\right)^4} = \frac{3\times2\times a_0^4}{Z^4}$

ㄴ $\displaystyle\int_0^\infty r^4 \cdot e^{-\frac{Z}{a_0}r}\,dr = \frac{4!}{\left(\frac{Z}{a_0}\right)^5} = \frac{4\times3\times2\times a_0^5}{Z^5}$

ㄷ $\displaystyle\int_0^\infty r^5 \cdot e^{-\frac{Z}{a_0}r}\,dr = \frac{5!}{\left(\frac{Z}{a_0}\right)^6} = \frac{5\times4\times3\times2\times a_0^6}{Z^6}$

16 6

ㄹ $$\langle r\rangle_{2,0} = \frac{1}{8}\times\frac{Z^3}{a_0^3}\left\{\frac{4\times3\times2}{Z^4}a_0^4 - \frac{4Z}{a_0}\times\frac{4\times3\times2}{Z^5}\times a_0^5 + \frac{Z^2}{a_0^2}\times\frac{5\times4\times3\times2}{Z^6}\times a_0^6\right\}$$

$$= \frac{Z^3}{8\cdot a_0^3}\times\frac{a_0^4}{Z^4}\left\{24 - 96 + 120 = 48\right\}$$

$$= \frac{6a_0}{Z}$$

$$\therefore \langle r\rangle_{2,1} = \langle r\rangle_{2p}$$

$$= 2^2\left\{1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1\cdot 2}{2^2}\right)\right\}\frac{a_0}{Z}$$

$$= 4\left\{1+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right\}\cdot\frac{a_0}{Z}$$

$$= 4\left\{\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{a_0}{Z} = \frac{5a_0}{Z}$$

ㄱ $R_{2,1}(r) = \frac{1}{2\sqrt{6}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{5/2} r\cdot e^{-\frac{Z}{2a_0}r}$

ㄴ $\langle r\rangle_{2,1} = \langle r\rangle_{2p}$

$$= \int_0^\infty r^3 \times R_{2,1}^2(r)\,dr$$

$$= \frac{1}{24}\times\frac{Z^5}{a_0^5}\int_0^\infty r^5\cdot e^{-\frac{Z}{a_0}r}\,dr$$

$$= \frac{Z^5}{24\,a_0^5}\times\frac{5!}{\left(\frac{Z}{a_0}\right)^6}$$

$$= \frac{\cancel{5\times4\times3\times2}\times a_0}{\cancel{24}\times Z}$$

$$= \frac{5a_0}{Z}$$

따라서 극대값을 나타내는 반지름 r은 다음과 같다.

$$1-\frac{Zr}{a_0}=0 \Rightarrow r=\frac{a_0}{Z}$$

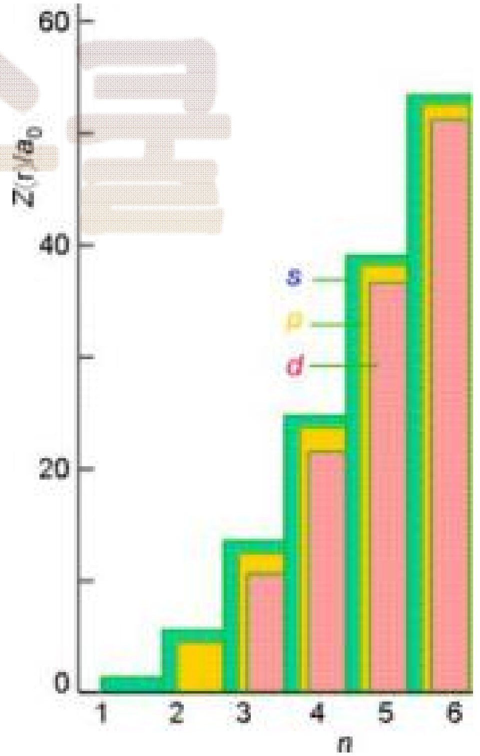
여기서, $r=0$인 경우는

$$P(r)=r^2R(r)^2=\frac{4Z^3}{a_0^3}r(=0)^2e^{-2Zr(=0)/a_0}=\frac{4Z^3}{a_0^3}r(=0)^2=0$$ 이다.

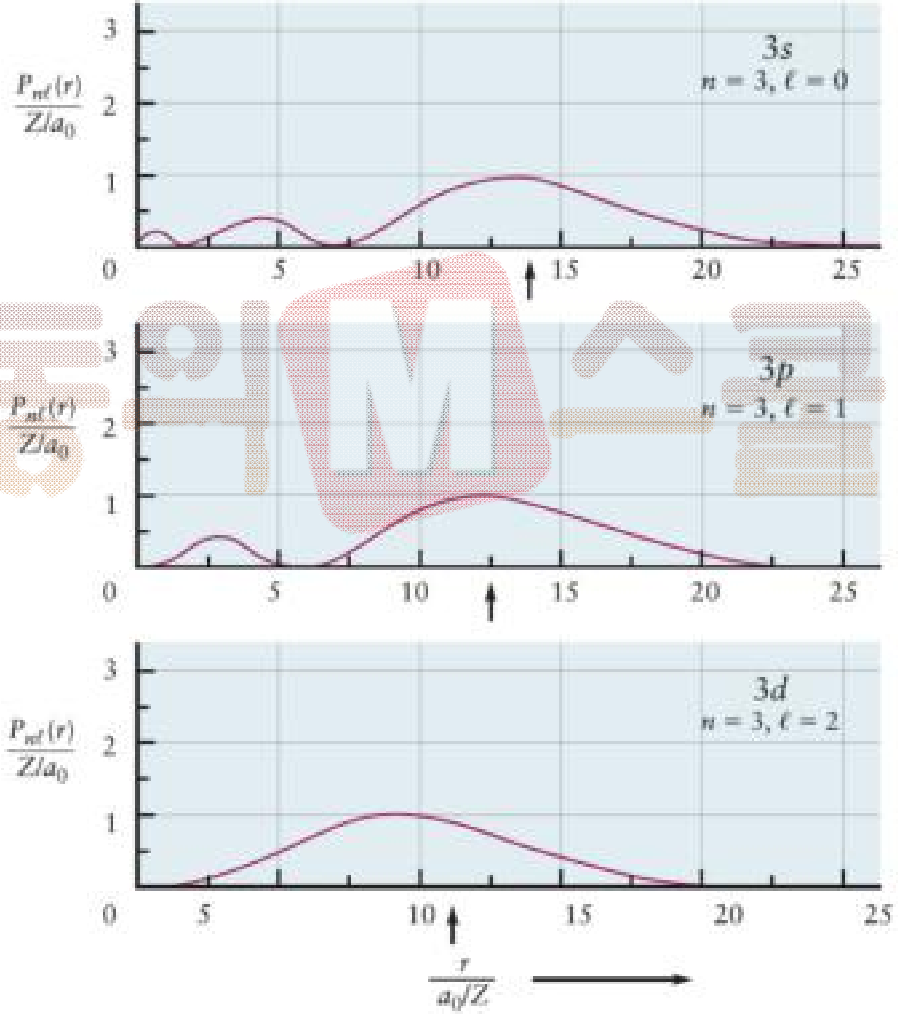
따라서 여기서 해가 될 수 없다.

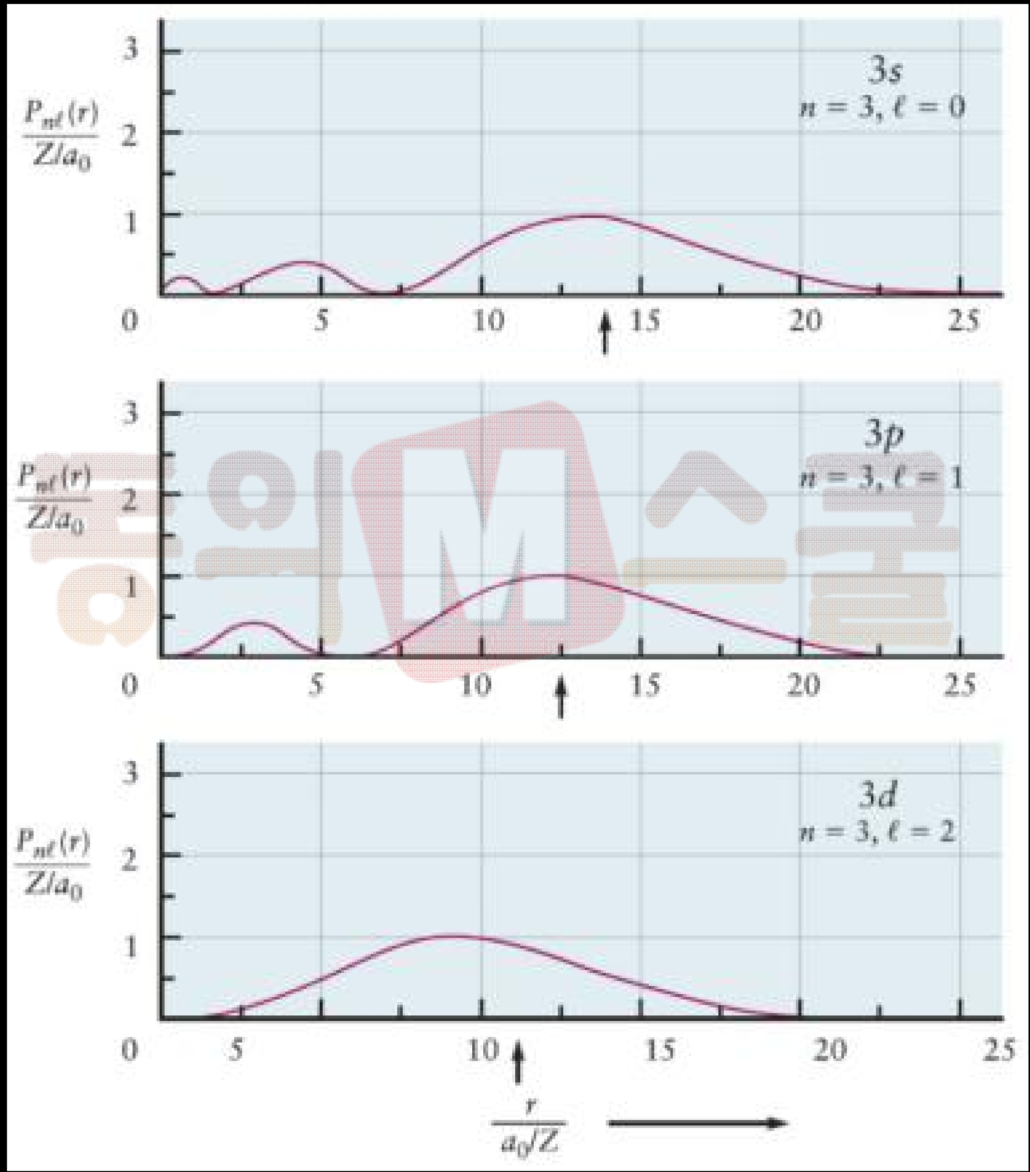
양자수가 l과 n인 궤도함수의 평균 반지름

$$r_{n,l}=n^2\left\{1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{l(l+1)}{n^2}\right)\right\}\frac{a_0}{Z}$$



$n = 3$인 오비탈의 최대 확률 반지름 및 평균 반지름




3s
n = 3, ℓ = 0
3p
n = 3, ℓ = 1
3d
n = 3, ℓ = 2
P_nℓ(r) / (Z/a_0)
r / (a_0/Z)
0
5
10
15
20
25
1
2
3

13. 그림은 수소 원자의 $1s$, $2s$ 오비탈의 모습과 각 오비탈에서 전자가 발견될 확률 분포 (p.35)
를 핵으로부터의 거리에 따라 나타낸 것이다. <현재 편입 문제 유형>

$1s$ $2s$

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $1s$ 오비탈보다 $2s$ 오비탈이 수용 가능한 전자의 수가 많다.
ㄴ. $1s$ 오비탈에서는 핵으로부터의 거리에 따라 전자가 발견될 확률 분포가 연속적이다.
ㄷ. $2s$ 오비탈에서는 핵으로부터의 어떤 거리에서 전자가 발견될 확률 분포가 0인 지점이 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답] ④

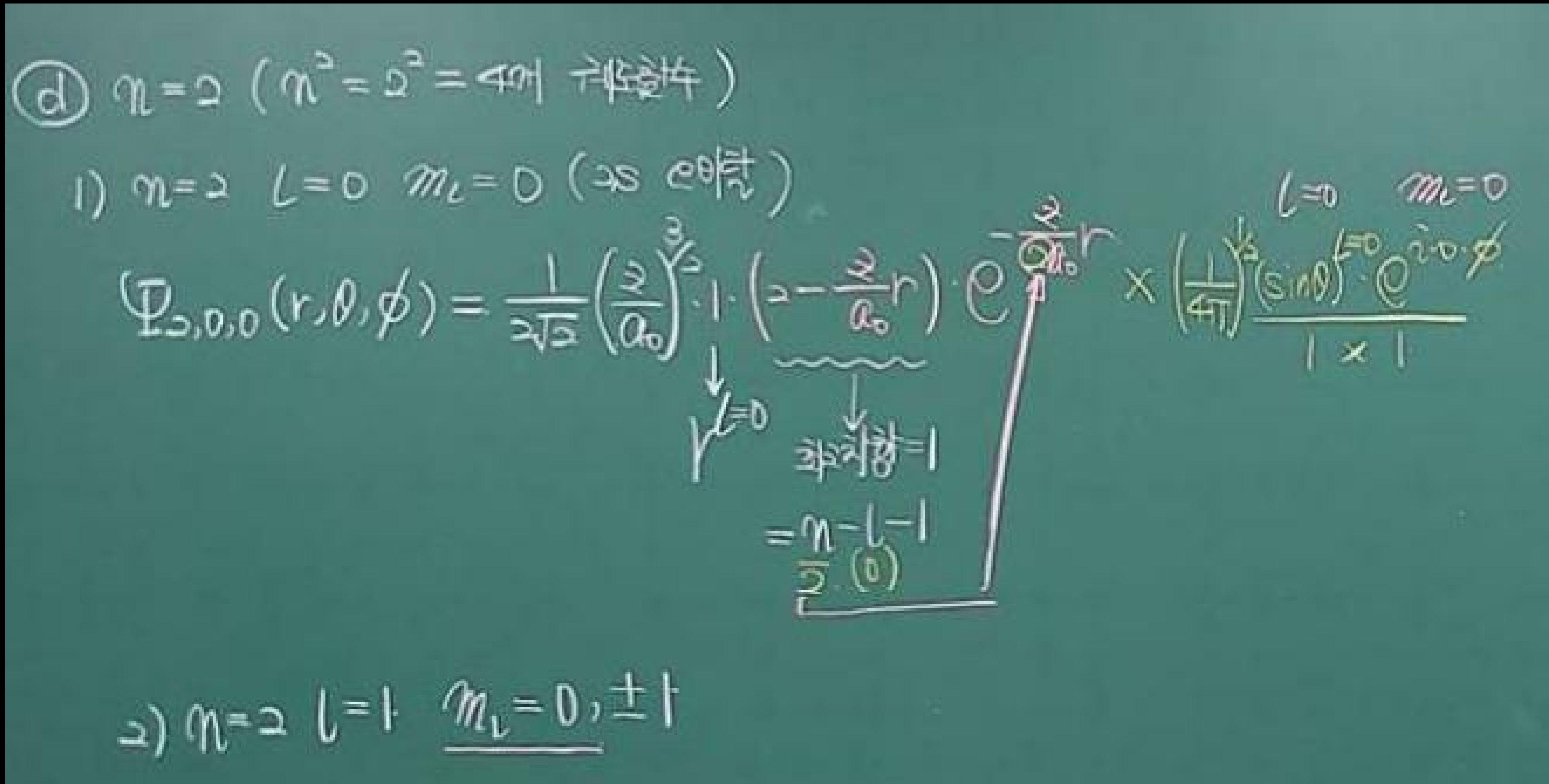
[정답 해설]

ㄴ. s 오비탈은 방향성이 없는 구형으로 핵으로부터 거리가 같으면 전자가 발견될 확률 분포가 방향에 관계없이 동일하다. 특히 $1s$ 오비탈은 핵으로부터의 거리에 따라 전자가 발견될 확률 분포가 연속적이다.

ㄷ. $2s$ 오비탈은 핵으로부터의 거리에 따라 전자 발견 확률 분포가 다르며, 마디에서는 전자가 발견될 확률 분포가 0이다.

[오답 피하기]

ㄱ. s 오비탈은 주양자수에 관계없이 수용 가능한 전자의 수가 2개다.



- 방사상부분에서 파동함수가 0이 되는 부분인 방사상 마디의 수 : $n-l-1$
- 각도 의존 부분에서 각도 마디의 수 : l
- 전체 마디의 수 : $(n-l-1)+(l)=n-1$

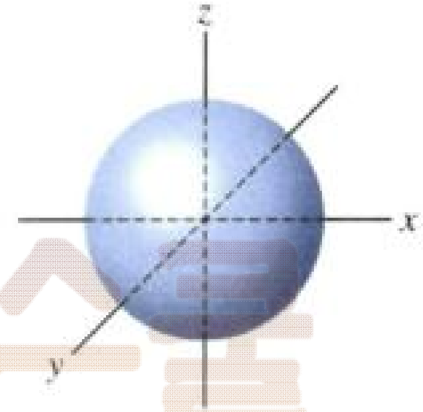
08. 다음 그림은 3차원 공간에서 $1s$ 오비탈에서 전자가 발견될 확률과 경계면 그림이다.

<예전 편입 문제 유형>

(확률 분포로 수정)

(p.32)

전자확률분포함수



다음 중 위 그림에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 핵에서 전자가 발견될 확률이 높다.

② s 오비탈은 구형이므로 방향성이 없다.

③ 전자는 경계면 밖에서 발견되지 않는다.

④ 전자가 발견될 수 있는 최대 거리가 원자 반지름이다.

⑤ 핵으로부터의 거리가 멀수록 전자가 발견될 확률이 높다.

[정답] ②

[정답 해설]

(확률 분포로 수정)

s 오비탈은 구형으로, 방향성이 없다. 핵에서는 전자가 발견될 확률이 0이고, 핵으로부터 거리가 멀어짐에 따라 전자가 발견될 확률이 증가하다가 다시 감소한다. $1s$ 오비탈의 경계면은 전자가 발견될 확률이 90 % 이상인 등확률면을 나타낸 것이다. 따라서 경계면 밖에서도 드물게 전자가 발견될 수 있다. (등확률 분포면으로 수정)

(p.33)

09. 다음의 양자수 조합 중 가능한 것은?

① $n=2,\ l=1,\ m_l=+2,\ m_s=+\frac{1}{2}$　② $n=3,\ l=3,\ m_l=-2,\ m_s=-\frac{1}{2}$

③ $n=3,\ l=2,\ m_l=-2,\ m_s=+\frac{1}{2}$　④ $n=2,\ l=1,\ m_l=+1,\ m_s=0$

⑤ $n=5,\ l=3,\ m_l=+4,\ m_s=-\frac{1}{2}$

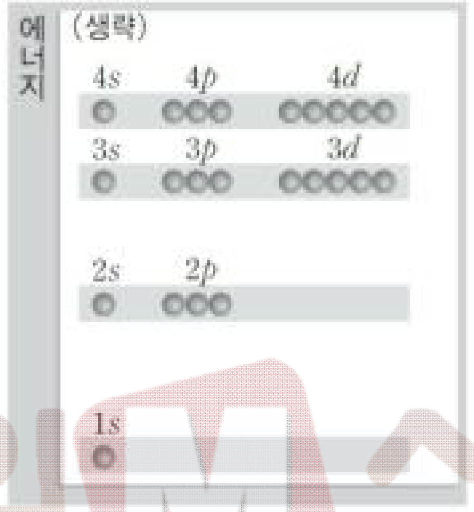
[정답] ③

[정답 해설]

부양자수 l은 $(n-1)$까지의 값을 가질 수 있고, 양자수 m_l은 $-l \sim +l$ 까지의 값을 가질 수 있으며, 스핀 양자수 m_s는 $+\frac{1}{2}$과 $-\frac{1}{2}$의 값을 가질 수 있다. 따라서 가능한 양자수 조합은 ③이다.

(p.33)

10. 그래프는 수소 원자에서 오비탈의 에너지 준위를 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 주양자수 n에서 수소 원자의 에너지 준위 $E_n = -\frac{1312}{n^2}$ kJ/mol이다.)

<보 기>

ㄱ. $3s$에서 $1s$로 전자가 전이될 때 라이먼 계열의 스펙트럼이 나타난다.

ㄴ. 전자가 $1s$에서 $2s$로 전이될 때와 $1s$에서 $2p$로 전이될 때 흡수하는 에너지의 크기는 같다.

ㄷ. 전자 1몰이 $2s$에서 $1s$로 전이될 때 방출되는 빛의 파장은 $3s$에서 $2s$로 전이될 때 방출되는 빛의 파장의 $\frac{5}{27}$배이다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답] ⑤

[정답 해설]

ㄱ. $n=2$ 이상의 전자껍질에서 $n=1$ 전자껍질로 전이될 때에는 자외선 영역의 라이먼 계열의 스펙트럼이 나타난다.

ㄴ. 수소 원자에서는 $2s$와 $2p$의 에너지 준위는 같으므로 전자가 $1s$에서 $2s$로 전이될 때와 $1s$에서 $2p$로 전이될 때 흡수하는 에너지의 크기는 같다.

ㄷ. 전자 1몰이 $2s$에서 $1s$로 전이될 때와 $3s$에서 $2s$로 전이될 때 방출되는 에너지는 다음과 같으며, 에너지는 파장에 반비례한다.

$$\Delta E_{2\to 1} = h\frac{c}{\lambda_{2\to 1}} = E_2 - E_1 = 1312\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{1312\times 3}{4}$$

$$\Delta E_{3\to 2} = h\frac{c}{\lambda_{3\to 2}} = E_3 - E_2 = 1312\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{1312\times 5}{36}$$

따라서 $\dfrac{\dfrac{1}{\lambda_{2\to 1}}}{\dfrac{1}{\lambda_{3\to 2}}} = \dfrac{\lambda_{3\to 2}}{\lambda_{2\to 1}} = \dfrac{\dfrac{1312\times 3}{4}}{\dfrac{1312\times 5}{36}} = \dfrac{3\times 36}{4\times 5} = \dfrac{3\times 9}{5} = \dfrac{27}{5}$이므로 $\lambda_{2\to 1} = \dfrac{5}{27}\lambda_{3\to 2}$이다. 그러므로 전자 1몰이 $2s$에서 $1s$로 전이될 때 방출되는 빛의 파장($\lambda_{2\to 1}$)은 $3s$에서 $2s$로 전이될 때 방출되는 빛의 파장($\lambda_{3\to 2}$)의 $\dfrac{5}{27}$배이다.

12. 수소 원자에서의 전자 전이와 이때 방출되는 빛의 영역과 스펙트럼 계열을 바르게 짝지은 것은?

(p.34)

	전자 전이	빛의 영역	스펙트럼 계열
①	$n=3 \rightarrow n=1$	가시광선	라이먼
②	$n=3 \rightarrow n=2$	가시광선	발머
③	$n=2 \rightarrow n=1$	자외선	발머
④	$n=4 \rightarrow n=2$	적외선	파셴
⑤	$n=4 \rightarrow n=3$	자외선	파셴

[정답] ②

[정답 해설]

들뜬 전자가 $n=1$인 전자 껍질로 전이하면 자외선 영역(라이먼 계열), $n \geq 3$인 전자 껍질에서 $n=2$인 L 전자 껍질로 전이될 때 가시 광선 영역(발머 계열), $n \geq 4$인 전자 껍질에서 $n=3$인 M 전자 껍질로 전이될 때 적외선 영역(파셴 계열) 빛이 방출된다.

14. 다음은 같은 주기에 속하는 어떤 원소들의 원자가전자의 전자 배치를 나타낸 것이다. 원자 반지름이 가장 큰 것은?

(p.35)

① ns^1 ② ns^2 ③ ns^2np^3
④ ns^2np^4 ⑤ ns^2np^6

[정답] ①

[정답 해설]

같은 주기에 속한 원소들의 원자 반지름은 원자 번호가 커질수록 감소한다. 따라서 원자 반지름이 가장 큰 원소는 ns^1의 전자 배치를 가지는 원소이다.

15. 다음과 같은 전자 배치를 갖는 원소들에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, A ~ D는 임의의 원소 기호이다.) (바닥 상태 전자 배치로 읽을 것)

(p.36)

$_{7}N$ · A : $1s^22s^22p^3$

$_{9}F$ · B : $1s^22s^22p^5$

$_{11}Na$ · C : $1s^22s^22p^63s^1$

$_{13}Al$ · D : $1s^22s^22p^63s^23p^1$

① 홀 전자수는 A가 가장 많다.
② 원자 반지름은 C가 가장 크다.
③ 이온화 에너지는 B가 가장 크다.
④ 원자가전자수는 D가 가장 많다.
⑤ 전자 친화도는 B가 가장 크다.

[정답] ④

[정답 해설]

④ 각 원소들의 원자가전자수는 5, 7, 1, 3이다.

[오답 피하기]

① 각 원소들의 홀 전자수를 구하면 각각 3, 1, 1, 1이다.

② 원자 반지름을 비교하면 B < A < D < C이다.

③ 이온화 에너지를 비교하면 C < D < A < B이다.

⑤ 전자 친화도를 비교하면 C < D < A < B이다.

(p.36)

16. 다음과 같은 전자 배치를 갖는 A, B에 대한 설명으로 옳은 것은?

(단, A,B는 중성 원자이다.)

$_{12}Mg$ · A : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$

$_{12}Mg^{*}$ · B : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 3p^1$

① A와 B는 동위 원소이다.

② A는 원자이고, B는 이온이다.

③ A는 B보다 에너지 상태가 높다.

④ A와 B는 같은 종류의 원자이다.

⑤ A에서 B로 변할 때 에너지를 방출한다.

[정답] ④

[정답 해설]

A는 $_{12}Mg$의 바닥 상태의 전자 배치이고, B는 들뜬 상태의 전자 배치이다. **B**는 A보다 에너지 상태가 높으므로 A에서 B로 변할 때 에너지를 흡수한다.

17. 다음은 $1s^2 2s^2 2p^6$의 전자 배치를 하고 있는 몇 가지 이온을 나타낸 것이다.

(p.36)

A^{2-} B^{-} C^{+} D^{3+}

이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, A ~ D는 임의의 원소 기호이다.)

① 전자 친화도가 가장 큰 원자는 A이다.
② 이온 반지름이 가장 큰 이온은 A^{2-}이다.
③ 제1 이온화 에너지가 가장 큰 원자는 B이다.
④ 원자 반지름이 가장 큰 원자는 C이다.
⑤ 양성자수가 가장 많은 이온은 D^{3+}이다.

등전자 이온

A^{2-}	B^{-}	C^{+}	D^{3+}
${}_{8}O^{2-}$	${}_{9}F^{-}$	${}_{11}Na^{+}$	${}_{13}Al^{3+}$

[정답] ①

[정답 해설]

① B는 2주기 17족 원소로 전자 친화도가 가장 크다.

[오답 피하기]

② A^{2-}이 핵전하량이 가장 작으므로 이온 반지름이 가장 크다.
③ B는 제1 이온화 에너지가 가장 크다.
④ C는 3주기 1족 원소로 원자 반지름이 가장 크다.
⑤ D는 3주기 13족 원소로 D^{3+}이 양성자수가 가장 많다.

(p.37)

18. 그림은 주기율표의 2~ 4 주기 원소의 일부를 나타낸 것이다.

Li	Be								F
Na	Mg								Cl
K	Ca		Mn	Fe	Co	Ni	Cu		Br

제시된 원소의 바닥상태에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 이온 반지름은 Na^+이 F^-보다 크다.

② 1차 이온화 에너지는 Mg이 K보다 크다.

③ 원자가전자의 유효 핵전하는 F가 Li보다 크다.

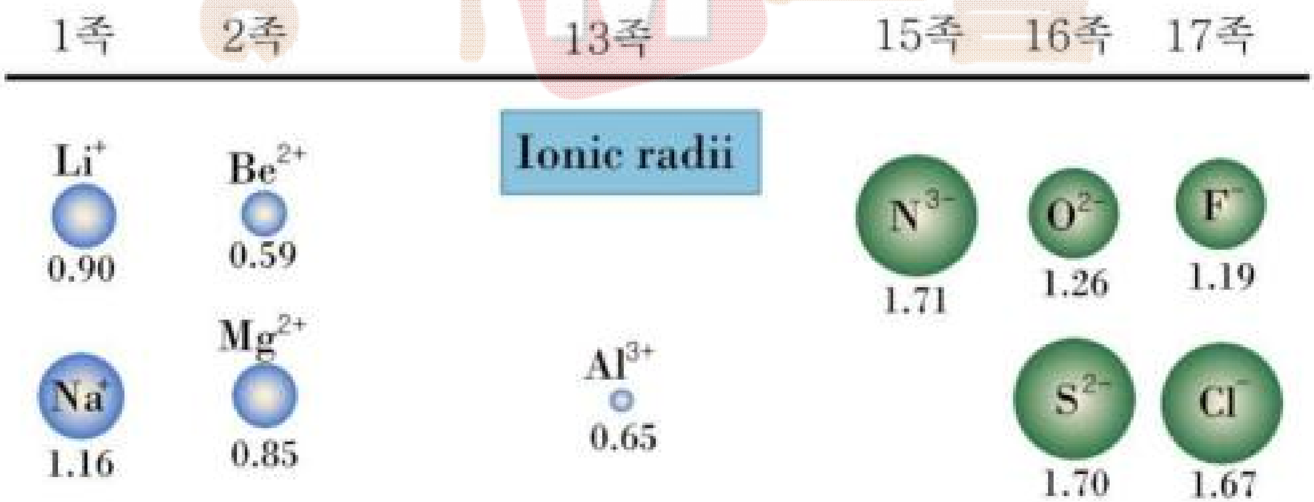
④ 홀 전자의 수는 Mn이 Fe보다 많다.

⑤ Cu의 전자 배치는 $[Ar]3d^{10}4s^1$이다.

[정답] ①

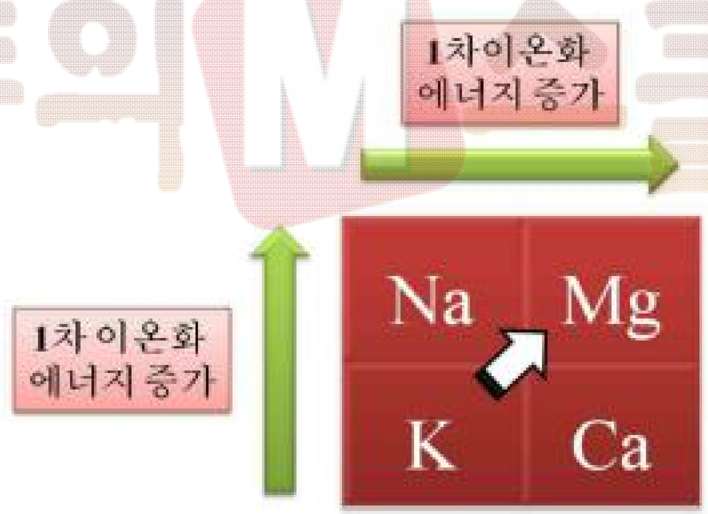
[정답 해설]

① 등전자 이온은 전자의 수는 동일하지만 양성자수(원자번호)가 다른 것을 말한다. 등전자 이온은 원자번호가 더 클수록 원자가 전자에 미치는 유효 핵전하가 더 커서 이온 반지름이 더 작다. 따라서 원자번호가 더 큰 Na^+가 원자가전자에 미치는 유효 핵전하가 더 크므로 Na^+의 크기가 F^-의 크기보다 더 작다.



[오답 피하기]

② 주기율표의 같은 주기에서 원자번호 증가에 따라 1차 이온화 에너지 값이 증가하는 경향이 있다. 또한 같은 족에서 원자번호 감소에 따라 1차 이온화 에너지 값은 증가한다. 따라서 1차 이온화 에너지는 Mg이 K보다 크다.



③ 주기율표의 같은 주기의 유효 핵전하는 왼쪽에서 오른쪽으로 감에 따라 즉, 원자번호(또는 핵전하)가 증가함에 따라 증가한다. 그 결과로 같은 주기에서 원자번호가 증가함에 원자 반지름이 감소한다. 따라서 F의 유효 핵전하가 Li보다 크다.

원자 번호	3	4	5	6	7	8	9
원소	Li	Be	B	C	N	O	F
양성자 수	3	4	5	6	7	8	9
유효 핵-전하	1.30	1.95	2.60	3.25	3.90	4.55	5.20
원자 반지름(nm)							
	0.152	0.112	0.083	0.077	0.075	0.073	0.072

④ $_{25}Mn$와 $_{26}Fe$의 전자배치는 각각 $[Ar]3d^5 4s^2$와 $[Ar]3d^6 4s^2$이다. 따라서 홀 전자의 수는 $_{25}Mn$(5개)이 $_{26}Fe$(4개)보다 많다.

		3d					4s	
$_{25}Mn$	[Ar]	↑	↑	↑	↑	↑	↑↓	: $[Ar]3d^5 4s^2$
$_{26}Fe$	[Ar]	↑↓	↑	↑	↑	↑	↑↓	: $[Ar]3d^6 4s^2$

⑤ $_{29}Cu$의 안정한 전자배치는 예외적으로 d 오비탈이 완전히 채워진 $[Ar]3d^{10} 4s^1$이다.

		3d					4s	
$_{29}Cu$	[Ar]	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑	: $[Ar]3d^{10} 4s^1$

20. 다음은 3주기 원자 A, B의 순차적 이온화 에너지를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것은? (단, A, B는 임의의 원소 기호이다.) (p.38)

	원자	순차적 이온화 에너지(kJ/mol)			
		E_1	E_2	E_3	E_4
$_{11}Na$	A	496	4562	6912	9543
$_{12}Mg$	B	738	1451	7733	10540

① A는 비금속 원소이다.
② B의 원자가 전자 수는 3개이다.
③ 전기 음성도는 A가 B보다 크다.
④ 원자 반지름은 A가 B보다 크다.
⑤ B^{2+} 이온이 될 때 필요한 에너지는 1451 kJ/mol이다.

[정답] ④

[정답 해설]

순차적 이온화 에너지로부터 A는 1족 원소인 Na이고, B는 2족 원소인 Mg임을 알 수 있다. B가 안정한 이온이 되려면 전자 2개를 떼어내야 하므로 (738+1451) kJ/mol의 에너지가 필요하다.

④ 같은 주기에서는 원자 번호가 작은 A가 B보다 원자 반지름이 크다.

[오답 피하기]

① A는 금속 원소이다.

② B의 원자가 전자 수는 2개이다.

③ 같은 주기에서는 원자 번호가 작은 A가 B보다 전기음성도가 작다.

⑤ B^{2+} 이온이 될 때 필요한 에너지는 (738+1451) kJ/mol이다.

21. 3주기 원소에서 원자 번호가 증가함에 따라 증가하는 경향을 나타내는 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 18족 원소는 제외한다.)

(p.38)

<보 기>

ㄱ. 비금속성　　ㄴ. 전기음성도
ㄷ. 원자반지름　　ㄹ. 원자가 전자 수

① ㄱ, ㄷ　　② ㄴ, ㄹ　　③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ　　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

[정답] ③

[정답 해설]

ㄱ. 3주기 원소들의 원자 번호가 증가하면 전자를 얻기 쉽고 비금속성이 증가한다.

ㄴ. 전기음성도는 주기율표의 오른쪽으로 갈수록 증가하는 경향성을 가지며 3주기에서 원자 번호가 증가함에 따라 증가한다.

ㄹ. 원자가 전자 수는 족의 끝 번호와 일치하며 3주기에서 원자 번호가 증가할수록 원자가 전자 수는 증가한다.

[오답 피하기]

ㄷ. 같은 주기에서 원자 번호가 증가할수록 같은 껍질에서의 유효 핵전하가 증가하게 되어 원자 반지름이 감소한다.

22. 다음의 원자나 이온의 반지름 크기에 영향을 미치는 주된 요인을 <보기>에서 골라 바르게 짝지은 것은?

(p.39)

(가) $F < F^-$　(나) $K^+ < S^{2-}$　(다) $Cl < Na$

<보　기>

ㄱ. 전자 껍질의 수　　ㄴ. 유효 핵전하량　　ㄷ. 전자 사이의 반발

	(가)	(나)	(다)
①	ㄱ	ㄱ	ㄷ
②	ㄴ	ㄷ	ㄱ
③	ㄴ	ㄷ	ㄴ
④	ㄷ	ㄴ	ㄱ
⑤	ㄷ	ㄴ	ㄴ

[정답] ⑤

[정답 해설]

원자 반지름과 이온 반지름은 유효 핵전하량, 전자 껍질 수, 전자 사이의 반발 등에 의해 크기가 결정된다.

(가) $F < F^{-}$: 같은 껍질에 전자가 증가하여 크기가 커졌으므로 전자 사이의 반발이 영향을 준 것이다. ▶ ㄷ

(나) $K^{+} < S^{2-}$: 등전자 이온으로 전자 배치가 같은 이온이다. 따라서 유효 핵전하량이 영향을 준 것이다. ▶ ㄴ

(다) $Cl < Na$: 같은 주기의 중성 원자로 원자 번호가 증가할수록 유효 핵전하량이 증가하여 원자 반지름이 작아진다. ▶ ㄴ

23. 질소 원자($_7N = 1s^2 2s^2 2p^3$)의 원자가 전자에 대한 유효 핵-전하(Z_{eff})는 얼마인가?

(p.39)

① 1.9

② 2.1

③ 2.9

④ 3.1

⑤ 3.9

[정답] ⑤

[정답 해설]

$\sigma = (2 \times 0.85) + (4 \times 0.35) = 3.10 \rightarrow Z_{eff} = Z - \sigma = 7.0 - 3.1 = 3.9$